# જાતે કરી જુઓ : મોબિયસ બેન્ડનું મેજિક

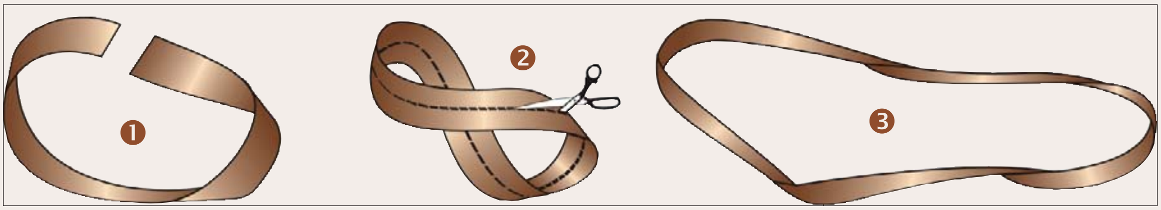
જિઓલોજિ, બાયોલોજિ, ફિઝિયોલોજિ વગેરે નામો બહુ જાણીતાં છે. પરંતુ ટોપોલોજિ નામના સાયન્સ વિશે ક્યાંય વાંચવામાં કે સાંભળવામાં આવ્યું છે ? કશી ગેરસમજ કરો એ પહેલાં એટલું જણાવવાનું કે ટોપોલોજિ શબ્દ ટોપા ફેરવવાની કળા માટે વપરાતો નથી. ચિત્રવિચિત્ર આકારો મનોમન કલ્પ્યા પછી તે મુજબના પ્રેક્ટિકલ નમૂના તૈયાર કરવાનું ખાસ વિજ્ઞાન ટોપોલોજિ તરીકે ઓળખાય છે. આ જાતના આકારો ઘણી વખત તો કલ્પી પણ શકાતા નથી, છતાં સંશોધકો તેમને નક્કર સ્વરૂપે બનાવવાનો પ્રયત્ન કરતા રહે છે. આખરે સફળતા મળ્યા બાદ તેઓ પોતે જ ક્યારેક આશ્ચર્ય પામી જાય છે.

ઈ. સ. ૧૭૯૦માં જન્મેલા ખૂબ પ્રખ્યાત જર્મન ગણિતશાસ્ત્રી ઑગસ્ટસ ફર્ડિનાન્ડ મોબિયસને આવું જ સરપ્રાઇઝ તેના ટોપોલોજિકલ પ્રયોગો દરમ્યાન મળ્યું હતું. એક ક્રાંતિકારી શોધ તેણે અનાયાસે કરી અને પછી તે શોધ અંગે લખ્યું કે, ‘કાગળની લાંબી રીબનને હંમેશા આગળ તથા પાછળ એમ બે સાઇડ હોય તે જરૂરી નથી. ઉપર તથા નીચે એમ બે કિનાર હોય એવું પણ લેશમાત્ર જરૂરી નથી.’

મોબિયસનો અભ્યાસલેખ વાંચીને બીજા સંશોધકો સરપ્રાઇઝ પામ્યા. કાગળની પટ્ટી અથવા રીબન ધારો કે ૩’’ પહોળી હોય અને ૨૪’’ લાંબી હોય તો તેને આગળ-પાછળ બે સાઇડ હોવા અંગે પણ શંકા ખરી ? ઉપલી અને નીચલી એમ બે કિનાર હોવાનું પણ અનિવાર્ય છે.

ખરેખર અનિવાર્ય છે ? ચાલો, મોબિયસે આશરે પોણા બસ્સો વર્ષ પહેલાં તેના મોબિયસ બેન્ડનો જે પ્રયોગ કર્યો તે અહીં કરી જોઇએ. પ્રયોગ માટે વાપરવાની થતી ચીજો ફક્ત ત્રણ છે : સેલોટેપ અથવા ફેવિકોલ, કાતર અને ફાલતુ કાગળ કે જે પસ્તીના છાપાનો હોય તો પણ ચાલે. અલબત્ત, કોરો પેપર લો તો વધુ સારૂં.

પસ્તીના પેપર અથવા કોરા કાગળને ૩’’ પહોળા અને ૨૪’’ લાંબા કદમાં વ્યવસ્થિત કાપો, જેથી રીબન જેવી સાદી પટ્ટી બને. આ પટ્ટીને મોબિયસ બેન્ડમાં ફેરવવા માટે તેના એક છેડાને ‘હાફ ટ્વિસ્ટ’ આપો. બરાબર ૧૮૦ અંશે તે છેડાને ટર્ન કરી સેલોટેપ કે ફેવિકોલ વડે સામા છેડા સાથે જોડી દો. નીચે રજૂ કરેલી આકૃતિ નં. ૧માં તે રીત દેખાડી છે. ટ્વિસ્ટનો ખ્યાલ મળે એટલા માટે તેમાં બે છેડા હજી જોડેલા નથી.

મોબિયસ બેન્ડને બંધ આંખે તપાસો. સાઇડ કેટલી છે તે માત્ર આંગળી ફેરવતા રહીને ચેક કરો. કિનાર યાને કે ધાર કેટલી છે તે પણ આંગળીના સ્પર્શ વડે જુઓ. સાઇડ અને કિનાર બે છે ? કે પછી એક ? કાગળની પટ્ટીને હંમેશા બે કિનાર હોય અને ખુદ કાગળને તો કુદરતી રીતે બે સાઇડ હોય, છતાં મોબિયસ બેન્ડની સપાટી કે ધાર પર ચાલતો મંકોડો એકધારો માર્ચિંગ કરતો રહે તો તેના પ્રવાસનો ક્યારેય અંત જ આવે નહિ ! એ જ પ્રમાણે કોઇ બે મિત્રો બેન્ડ પર સામસામી તરફ જુદા જુદા બે રંગોનું પીંછી કામ શરૂ કરે તો પણ (ઉપરના ચિત્ર પ્રમાણે) છેવટે તેમને બત્તી થાય કે તેઓ પરસ્પર જુદી નહિ, પરંતુ એક સરખી સપાટીને કલર કરી રહ્યા છે ! એક વધુ અખતરા તરીકે ઉપલા ચિત્રમાં તેનો પુરાવો નજર સામે છે. માનો કે આપણે કાચના લખોટાને આવા બેન્ડ પર લસરતો કરી રહ્યા છીએ. લખોટો જાણે સરક્યુલર રૂટનો પ્રવાસ ખેડતો હોય તેમ લાંબો ચક્કર કાપ્યા પછી જ્યાંનો ત્યાં પાછો ફરે છે ! સાઇડ પણ બદલતો નથી, કેમ કે બેન્ડને પાછલી સપાટી છે જ નહિ !

ટોપોલોજિનો કમાલ અહીં પૂરો થતો નથી. વધુ સરસ ચમત્કારો જોવાના હજી બાકી છે. મોબિયસ બેન્ડ પર (આકૃતિ નં. ૨ મુજબ) વચ્ચોવચ સળંગ લીટી દોરીને કાતર વડે ત્યાં કાપ મૂકતા જાવ ત્યારે છેવટે શું